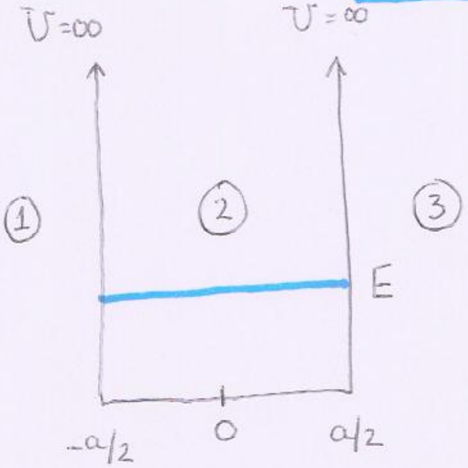
# Pozo de potencial infinito




$$\Phi_1(x) = 0 \qquad x \leq -a/2 \qquad (1)$$

$$\Phi_2(x) = C\,e^{ikx} + D\,e^{-ikx} \qquad -a/2 \leq x \leq a/2 \qquad (2)$$

con $k = \dfrac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

$$\Phi_3(x) = 0 \qquad x \geq a/2 \qquad (3)$$

· Condiciones de borde para $\Phi$ en $x=-a/2$ y $x=a/2$ $\Rightarrow$

$$C\,e^{-ik\frac{a}{2}} + D\,e^{ik\frac{a}{2}} = 0 \qquad (4)$$

$$C\,e^{ik\frac{a}{2}} + D\,e^{-ik\frac{a}{2}} = 0 \qquad (5)$$

$$(4) \Rightarrow \frac{C}{D} = -\,e^{ika} \qquad (6)$$

$$(5) \Rightarrow \frac{C}{D} = -\,e^{-ika} \qquad (7)$$

$$(6) \text{ y } (7) \Rightarrow e^{ika} = e^{-ika} \Rightarrow \text{Cos}\,ka + i\,\text{Sen}\,ka = \text{Cos}\,ka - i\,\text{Sen}\,ka$$

$$\Rightarrow \text{Sen}\,ka = 0 \Rightarrow ka = n\pi \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (8)$$

$$(6) \Rightarrow \frac{C}{D} = -\,e^{ika} \qquad (9)$$

$$(8) \text{ y } (9) \Rightarrow \frac{C}{D} = -\,e^{in\pi} = -\left(e^{i\pi}\right)^n = -\left(\text{Cos}\,\pi\right)^n = -(-1)^n \qquad (10)$$

$$\text{Si } n = 1, 3, 5, \ldots \Rightarrow \frac{C}{D} = 1 \qquad (11)$$

$$\text{Si } n = 2, 4, 6, \ldots \Rightarrow \frac{C}{D} = -1 \qquad (12)$$

$n = \text{impar} \Rightarrow \frac{C}{D} = 1 \Rightarrow \Phi_2(x) = C e^{ikx} + C e^{-ikx}$

$$\Phi_2(x) = C' \operatorname{Cos}(kx) \qquad (13)$$

$n = \text{par} \Rightarrow \frac{C}{D} = -1 \Rightarrow \Phi_2(x) = C e^{ikx} - C e^{-ikx}$

$$\Phi_2(x) = C' \operatorname{Sen}(kx) \qquad (14)$$

$C'$ se obtiene normalizando la autofunción. (Háganlo).

La energía de cada estado caracterizado por el número cuántico $n$ viene dada por

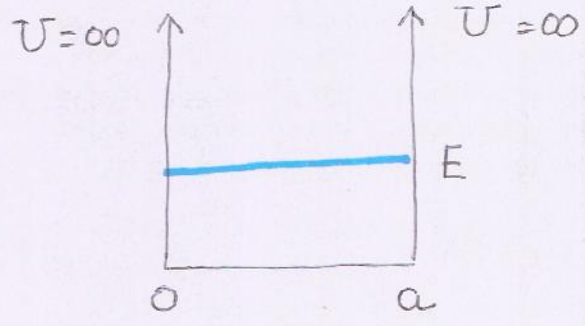
$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} + \cancel{V}^{\,0} = \frac{(\hbar k_n)^2}{2m} \qquad (15)$$

$$(8) \text{ y } (15) \Rightarrow E_n = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2 m a^2} \qquad (16)$$

El nivel de menor energía corresponde a una autofunción par.

✓ Se sugiere a los estudiantes resolver el problema comenzando con $\Phi_2(x) = C \operatorname{Cos}(kx) + D \operatorname{Sen}(kx)$ en lugar de la ecuación (2). Hacer el mismo procedimiento anterior para encontrar las autofunciones y los autovalores $E_n$. ¿Por qué es correcto escribir a $\Phi_2(x)$ así?

✓ Se sugiere resolver el problema colocando el origen del sistema de coordenadas en $x = 0$. Esto es




¿Cuáles son las diferencias con la soluciones anteriores?